

技術論文

ブレーキホースレイアウトの計算モデル

A Mathematical Model for Brake Hose Layout

杉山 滋*
Shigeru Sugiyama

大滝 尚**
Takashi Otaki

鈴木 健一***
Ken-ichi Suzuki

要 旨

ブレーキホースを車体に取り付けた時の形状を予測するための計算モデルを開発した。従来この問題には、有限要素法を適用した例があるが、スーパーコンピュータを用いてもなお非常に多くの計算時間を必要としている。

ブレーキホースは柔軟な素材でできており、シャシーにマウントされる際に大きく変形する。有限要素法では要素の変位を独立変数にとっているため、要素変位から質点の座標を反復計算しなければならない。

このモデルは運動力学の観点からアプローチしたものである。ブレーキホースは有限個の弾性梁と質点に分割され、質点は梁要素力によって3次元空間内を動きまわる。質点の座標と方位を独立変数にとって質点に働く要素力のつり合い式を解けば、直接ホース形状が求められる。

梁要素の変形が線形であると見なせる程度に充分小さいとすれば、要素力は単純な梁理論より求められる。方位の表記法にはオイラーパラメータを採用し、要素力のつり合い式の解法にはNewton-Raphson法を使用した。計算結果は実験データと良く一致する。

Abstract

A mathematical model to estimate the shape of a brake hose has been developed. A few papers applying Finite Element Methods to this problem have been reported. However, the solutions require a large amounts of computational time even if a super computer is used.

A brake hose is made of a flexible material, and exhibits large scale deformation when it is mounted on a chassis. Element node displacement are chosen as the independent variables for FEM, so the method becomes a successive iteration of hose shape modifications based on displacements of the nodes.

The developed model is approached from the standpoint of mechanical dynamics. A brake hose is divided into small beam elements and particles. The particles are driven by element forces and move around in three-dimensional space. Choosing the coordinates and orientations of the particles as the independent variables, the shape of the brake hose can be determined directly by solving the equations of static equilibrium resulting from the element forces exerted on the particles.

Element forces can be derived by simple beam theory if the elements are divided small enough to be approximated as linear elastic beams. The orientation of the particles can be represented by Euler Parameter notation. The Newton-Raphson method is incorporated for solution of the governing equations. Numerical results closely agree with the experimental data.

* 技術本部 第2研究部

** 技術本部 第2研究部

*** 技術本部 第2研究部

1. はじめに

車輛のブレーキシステムは、安全上極めて重要な部品である。設計時には油圧伝達に使うブレーキホースが他の部品と干渉しないか、強度寿命上制限される変形の範囲内にあるかなどを注意深く確認する必要がある。従来、これらホースのレイアウトの検証には、モックアップや実車を用いた現物による確認方法がとられてきたが、近年コンピュータシミュレーションの有効性が示され、適用例も報告されるようになった。^{(1)~(4)} これらの手法は、微分幾何学による三次元曲線モデルを用いたものと、有限要素法をつかった大変形解析または動解析を適用したものに大別される。前者は微分幾何学を主体としているため、材料物性や断面性能(断面積、断面二次モーメントなど)のような力学的パラメータを検討しにくい難点がある。また、後者は多くの計算時間を要し、即応性の面で改善の余地があるように思われる。

そこで筆者らは上記の問題点を考慮し、別の視点からモデル化し、ホースの変形形状を迅速に予測できる理論式およびコンピュータプログラムを開発した。本手法では、ホースを連続した梁と質点で構成し、三次元空間内を大きく動き得る質点に働く力の静的平衡を解き、各質点の座標と方位を求めている。また、座標系方位の表記法にはオイラーパラメータを採用し、高速性と信頼性の向上を図っている。作成されたプログラムシステムは、終端の拘束条件の設定や結果表示など機能とともにCADシステムに組み込まれて設計者に提供されており、十分な精度と対話処理に適用可能な良好なレスポンスを実現している。

本報では、当モデルの概要および実験値との比較による検証結果について述べる。

2. 計算モデル

本報では、ブレーキホースの長さ、重量、ホー

スの両端の支持位置および方位が与えられた場合、ホースの形状を求める問題を対象とする。

ホースをセットするときにはホース自体は大変位をするが、セットされた状態では、任意の短い区間に着目すると変形は小さいと想定される。さらにホースの荷重・変形特性は、変形量が微小な領域では線形として扱うことができる。⁽⁴⁾ 以上を考慮して、以下のモデルを設定した(図1)。

- ①ホース全体はいくつかの連続した梁で構成され、隣接する梁は質点によって連結されている。
- ②質点は6自由度(並進3, 回転3)を有し、三次元空間内を大変位する。質点の変位に伴い梁が変形し、それに応じて質点に力が働く。
- ③最小ポテンシャルエネルギーの原理、すなわち質点に作用する力の静的平衡を解けば位置・形状が求まる。

このモデルでは、比較的自由度が少ないため演算速度の点で有利である。また、質点の運動的イメージと梁理論の導入・組合せにより、物理的直感が得やすい特徴もある。

2.1 基礎方程式

ホースを n 個の質点と $n-1$ 個の梁要素によって図1のようにモデル化し、力の静的平衡状態を各質点で着目する。各質点の位置・方位($\mathbf{r}_i, \mathbf{q}_i$)は自由に動き得るが、力がつり合った状態では静止する。そのときの i 番質点での力のつり合い式は、全体座標系表示で次のようになる(図2, 図3)。

$$\mathbf{W}_i - \mathbf{Q}_i - \mathbf{R}_i = \mathbf{O}_i, i = 2, 3, \dots, n-1 \quad (1)$$

ここで、

- \mathbf{W}_i : 質点 i に働く等価重量ベクトル
- \mathbf{Q}_i : 梁要素($i-1$)に働く要素力ベクトル
- \mathbf{R}_i : 梁要素(i)に働く要素力ベクトル
- \mathbf{O}_i : 零ベクトル

それぞれ、以下に成分表示で示す。ただし、 T は転置を表す。

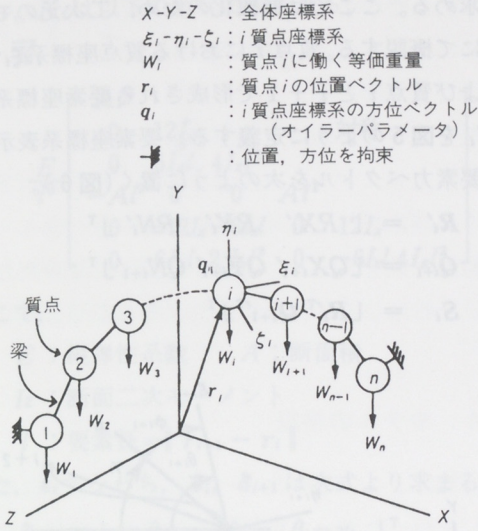


図1 計算モデル

$$\begin{aligned}
 W_i &= [0 \quad W_i \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \\
 Q_i &= [QX_i \quad QY_i \quad QZ_i \quad QL_i \quad QM_i \quad QN_i]^T \\
 R_i &= [RX_i \quad RY_i \quad RZ_i \quad RL_i \quad RM_i \quad RN_i]^T \\
 O_i &= [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T
 \end{aligned}$$

次に、位置・方位ベクトルを以下のように定義し、

$$P = [P_2^T \quad P_3^T \quad P_4^T \cdots P_i^T \cdots P_{n-1}^T]^T \quad (2)$$

ここで、

$$\begin{aligned}
 P_i &: i \text{ 質点の位置・方位ベクトル} \\
 &= [r_i^T \quad q_i^T]^T
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 r_i &: i \text{ 質点の位置ベクトル} \\
 &= [x_i \quad y_i \quad z_i]^T
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 q_i &: i \text{ 質点の方位ベクトル} \\
 &= [q0_i \quad q1_i \quad q2_i \quad q3_i]^T
 \end{aligned}$$

(オイラーパラメータ：次節で解説)

(1)式を構造全体系 ($i = 2, 3, \dots, n-1$) に拡張すると、次のようになる。

$$W - Q(P) - R(P) = O \quad (3)$$

ここで、

$$W = [W_2^T \quad W_3^T \quad W_4^T \cdots W_{n-1}^T]^T$$

$$Q = [Q_2^T \quad Q_3^T \quad Q_4^T \cdots Q_{n-1}^T]^T$$

$$R = [R_2^T \quad R_3^T \quad R_4^T \cdots R_{n-1}^T]^T$$

$$O = [O_2^T \quad O_3^T \quad O_4^T \cdots O_{n-1}^T]^T$$

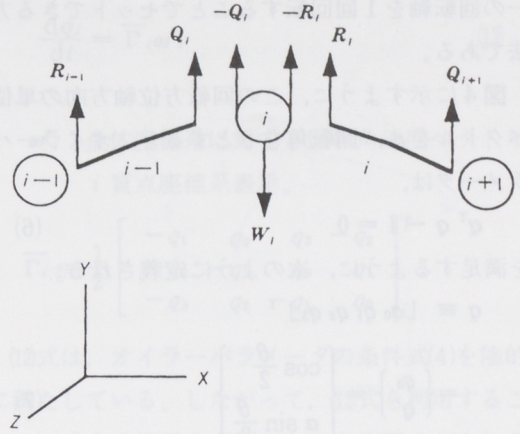


図2 質点での力のつり合い

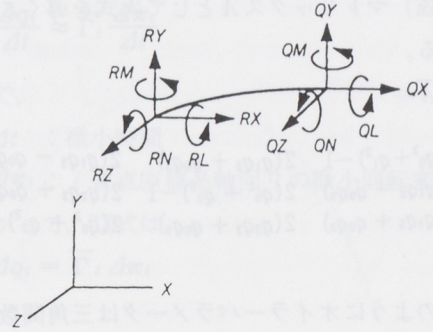


図3 要素力

(3)式は P を独立変数とする $6(n-2)$ 個の非線形連立方程式であり、これが基礎方程式となる。ただし、オイラーパラメータの性質より、以下の式を満たす必要がある。

$$q_i^T q_i - 1 = 0, \quad i = 2, 3, \dots, n-1 \quad (4)$$

なお、ホース両端は境界条件として、次のようになる。

$$\begin{aligned}
 P_1 &= \hat{P}_1 \\
 P_n &= \hat{P}_n
 \end{aligned} \quad (5)$$

ただし、 \hat{P}_1, \hat{P}_n は既知である。

2.2 オイラーパラメータ⁽⁵⁾⁽⁶⁾

本報では、座標系の方位の表記法としてオイラーパラメータを使用する。オイラーパラメータはオイラー角のような各座標軸を3回回転してセットする方法と違い、回転方位軸とよばれるある唯

一の回転軸を1回転することによってセットできる方法である。

図4に示すように、この回転方位軸方向の単位ベクトルを \mathbf{a} 、回転角を θ とすると、オイラーパラメータは、

$$\mathbf{q}^T \mathbf{q} - 1 = 0 \quad (6)$$

を満足するように、次のように定義される。

$$\mathbf{q} \equiv [q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3]^T$$

$$= \begin{Bmatrix} q_0 \\ \mathbf{q}' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} \\ \mathbf{a} \sin \frac{\theta}{2} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

また、x-y-z系より $\xi-\eta-\zeta$ 系への座標変換（方向余弦）マトリックス \overline{A} として次式を導くことができる。

$$\overline{A} =$$

$$\begin{bmatrix} 2(q_0^2 + q_1^2) - 1 & 2(q_1 q_2 + q_0 q_3) & 2(q_1 q_3 - q_0 q_2) \\ 2(q_1 q_2 - q_0 q_3) & 2(q_0^2 + q_2^2) - 1 & 2(q_2 q_3 + q_0 q_1) \\ 2(q_1 q_3 + q_0 q_2) & 2(q_2 q_3 + q_0 q_1) & 2(q_0^2 + q_3^2) - 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

以上のようにオイラーパラメータは三角関数を用いていないため、計算速度の点で有利である。またオイラー角のように特定の軸まわりの回転を表現できないという欠点もなく、信頼性が高いと考える。

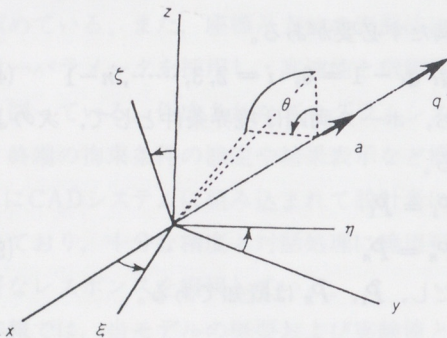


図4 オイラーパラメータの意味

2.3 要素力の求出

(1)式の要素力ベクトル \mathbf{Q}_i 、 \mathbf{R}_i は次のようにし

て求める。ここでは簡便化のため、二次元のモデルにて概説する。質点 i における質点座標系 $\xi_i-\eta_i$ 、および質点 i と $i+1$ で形成される要素座標系 $\mathbf{x}'_i-\mathbf{y}'_i$ を図5のように定義する。要素座標系表示での要素力ベクトルを次のように置く(図6)。

$$\mathbf{R}'_i = [\mathbf{R}\mathbf{x}'_i \ \mathbf{R}\mathbf{y}'_i \ \mathbf{R}\mathbf{n}'_i]^T$$

$$\mathbf{Q}_{i+1}' = [\mathbf{Q}\mathbf{x}'_{i+1} \ \mathbf{Q}\mathbf{y}'_{i+1} \ \mathbf{Q}\mathbf{n}'_{i+1}]^T$$

$$\mathbf{S}_i = [\mathbf{R}'_i^T \ \mathbf{Q}_{i+1}'^T]^T$$

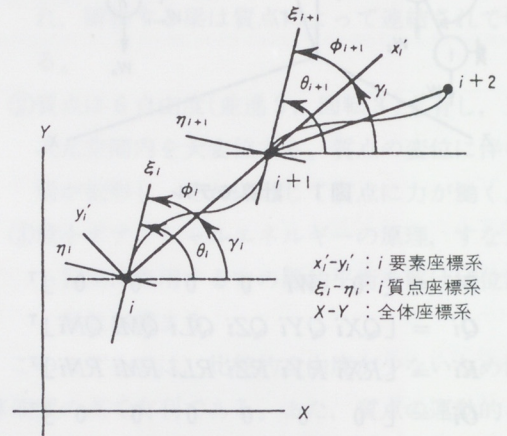


図5 各座標系と回転変位

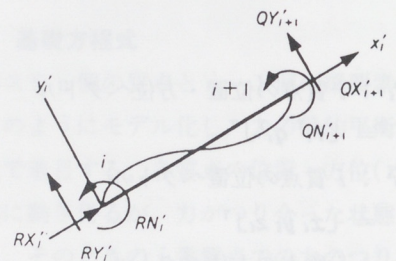


図6 要素座標系表示での要素力

また、微小変形ベクトルを

$$\delta_i = [u_i \ v_i \ \phi_i]^T \quad \epsilon_i = [\delta_i^T \ \delta_{i+1}^T]^T$$

とすれば、梁理論より次の剛性方程式が得られる。

$$\mathbf{S}_i = \overline{\mathbf{K}}_i \epsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (9)$$

ただし、

$\overline{\mathbf{K}}_i$: 梁要素 i の剛性マトリックス

\mathbf{S}_i : 梁要素 i の外力ベクトル

ϵ_i : 梁要素 i の節点変位ベクトル

なお、 \bar{K}_i は以下のように表される。⁽⁷⁾

$$\bar{K}_i = \frac{E}{l^3} \begin{bmatrix} Al^2 & & & & & \\ 0 & 12I_z & & & & \\ 0 & 6I_z l & 4I_z l^2 & & & \\ -Al^2 & 0 & 0 & Al^2 & & \\ 0 & -12I_z & -6I_z l & 0 & 12I_z & \\ 0 & 6I_z l & 2I_z l^2 & 0 & -6I_z l & 4I_z l^2 \end{bmatrix} i$$

ここで、

E : 縦弾性係数 A : 断面積

I_z : 断面二次モーメント

l : 要素長 = $\| \mathbf{r}_{i+1} - \mathbf{r}_i \|$

また、 $\boldsymbol{\varepsilon}_i$ すなわち、 $\boldsymbol{\delta}_i$ 、 $\boldsymbol{\delta}_{i+1}$ は次式より求まる。

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\delta}_i &= \begin{bmatrix} l & 0 & 0 & \theta_i - \gamma_i \end{bmatrix}^T \\ \boldsymbol{\delta}_{i+1} &= \begin{bmatrix} l_i - l_{0i} & 0 & \theta_{i+1} - \gamma_i \end{bmatrix}^T \end{aligned}$$

ここで、

l_i : 梁要素 i の長さ

l_{0i} : 梁要素 i の自由長

(9)式より \mathbf{R}'_i 、 \mathbf{Q}'_{i+1} が得られるので、全体座標系での要素力ベクトルは次式より求出できる。

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{R}_i \\ \mathbf{Q}_{i+1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\Lambda}_i & \bar{O} \\ \bar{O} & \bar{\Lambda}_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{R}'_i \\ \mathbf{Q}'_{i+1} \end{Bmatrix} \quad (10)$$

ここで

$\bar{\Lambda}_i$: $x'_i - y'_i$ 系から $X - Y$ 系への座標変換マトリックス

$$= \begin{bmatrix} \cos \gamma_i & -\sin \gamma_i & 0 \\ \sin \gamma_i & \cos \gamma_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

\bar{O} : 零マトリックス

3. 基礎方程式の解法

(3)式の解法には、基本的にはNewton-Raphson法を用いた。(3)式を関数 $\mathbf{f}(\mathbf{r}, \mathbf{q})$ とすると、一次のTaylor展開より次のようになる。

$$\mathbf{f} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{r}} \Delta \mathbf{r} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}} \Delta \mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (11)$$

また、オイラーパラメータの関数式より以下の式を導出できる。⁽⁶⁾

$$\frac{d\mathbf{q}_i}{dt} = \bar{\Gamma}_i \boldsymbol{\omega}'_i \quad (12)$$

ここで、

$\boldsymbol{\omega}'_i$: 全体座標系に対する回転角速度ベクトル。

i 質点座標系表示。

$$\bar{\Gamma}_i = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -q_1 & q_0 & q_3 & -q_2 \\ -q_2 & -q_3 & q_0 & q_1 \\ -q_3 & q_2 & -q_1 & q_0 \end{bmatrix}^T$$

(12)式は、オイラーパラメータの条件式(4)を陰的に満たしている。したがって、(12)式を利用することで(4)式を直接解く必要がなくなる利点が生じる。

(12)式は、以下のように置くことができる。

$$\frac{\Delta \mathbf{q}_i}{\Delta t} \approx \bar{\Gamma}_i \frac{\Delta \boldsymbol{\pi}_i}{\Delta t} \quad (13)$$

ここで、

Δt : 微小時間

$\Delta \boldsymbol{\pi}_i$: i 質点座標系軸回りの微小回転変位

したがって、(13)式は、

$$\Delta \mathbf{q}_i = \bar{\Gamma}_i \Delta \boldsymbol{\pi}_i \quad (14)$$

また、

$$\Delta \mathbf{q} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{q}_2^T & \Delta \mathbf{q}_3^T & \cdots & \Delta \mathbf{q}_{n-1}^T \end{bmatrix}^T$$

$$\Delta \boldsymbol{\pi} = \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\pi}_2^T & \Delta \boldsymbol{\pi}_3^T & \cdots & \Delta \boldsymbol{\pi}_{n-1}^T \end{bmatrix}^T$$

$$\bar{\Gamma} = \text{block diag} [\bar{\Gamma}_2 \bar{\Gamma}_3 \cdots \bar{\Gamma}_{n-1}]$$

と表すと (ただし、block diagは小行列が対角線上に並ぶことを示す。)、(11)式は次のようになる。

$$\left[\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{r}} \quad \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}} \bar{\Gamma} \right] \begin{Bmatrix} \Delta \mathbf{r} \\ \Delta \boldsymbol{\pi} \end{Bmatrix} = \{-\mathbf{f}\} \quad (15)$$

この式より、 $\Delta \mathbf{r}$ 、 $\Delta \boldsymbol{\pi}$ が求まり、収束解が得られるまで、次式により更新・反復される。

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{r} \\ \mathbf{q} \end{Bmatrix}_{\text{new}} = \begin{Bmatrix} \mathbf{r} \\ \mathbf{q} \end{Bmatrix}_{\text{old}} + \begin{Bmatrix} \Delta \mathbf{r} \\ \bar{\Gamma} \Delta \boldsymbol{\pi} \end{Bmatrix} \quad (16)$$

収束判定には目的関数値の最大ノルムを監視しているが、目的関数値の並進成分と回転成分のオーダーが大きく食い違う場合があり得る。したがって収束判定の基準値は並進成分と回転成分でそれぞれホースの剛性から設定している。

Newton-Raphson 法のような反復解法では、初期値の与え方が収束までの反復回数に大きく影響

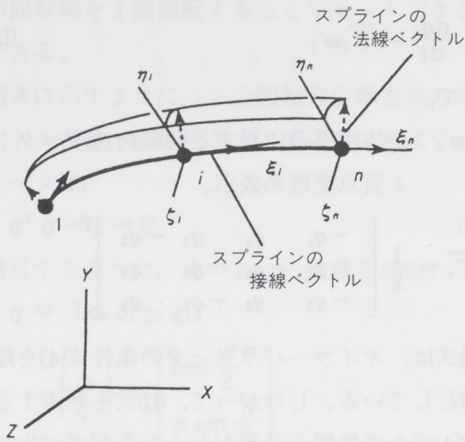


図7 初期値の設定

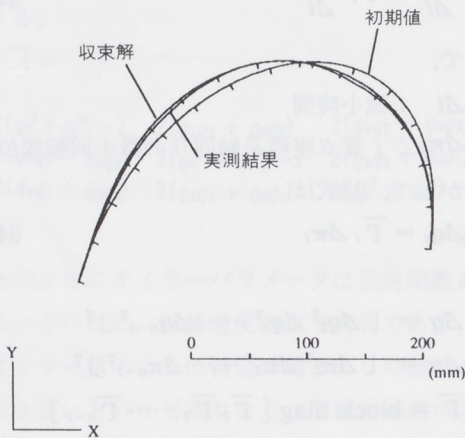


図8 計算と実測の比較(2次元モデル)

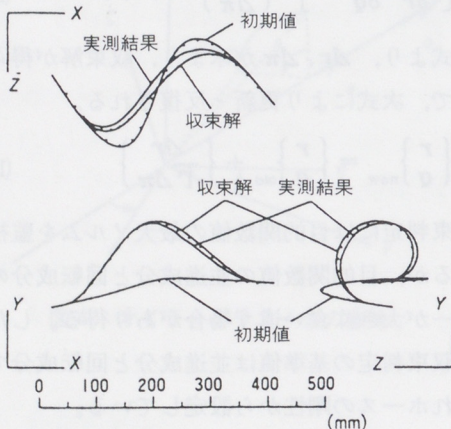


図9 計算と実測の比較(3次元モデル)

する。したがって、良好なレスポンスを実現するためには程度のよい初期近似解を与える必要がある。ここでは、与えられたホース長と終端の拘束条件として与えられる端点の座標と接線ベクトルから三次元スプライン曲線を作成した。さらに同じく終端条件として与えられる主法線ベクトルからねじれ量を算出し、これを各質点に等分配して方位を設定し、これを初期近似解とした(図7)。

4. モデルの検証

計算によって求めたホース形状と、実際に取り回しを行ったホース形状の測定結果を比較した。比較に用いたホースは長さ600mm、外径10.5mm、内径3.4mmである。また測定には接触式の三次元測定器を使用した。図8、図9に計算と実測の比較を示す。図中の曲線はホースの中心線を表している。図8は2次元の例であり、良く一致している。又、図9の3次元の例でも計算と実測の最大差異は15.5mmと実用上十分な精度であり、本モデルの妥当性を示していると考ええる。計算での要素分割数は20とした。

本プログラムはCADシステムの一機能として設計者に提供されている。またインターフェースとして終端の拘束条件の設定、ホース仕様の選択、計算結果の表示などの機能も同時に整備されている。計算に用いる初期近似解は、ホース長と終端の拘束条件から自動的に作成される。計算レスポンス時間は、図8の例では5秒、図9では27秒であり、対話処理に充分使用できると考える。計算機はIBM3090/200Eを使用している。

5. ま と め

- (1) ブレーキホースレイアウト時の位置・形状の求出に関し、高速で精度のよい解が得られる計算モデルを開発した。
- (2) このモデルをプログラム化し、CADシステムに組み込むことにより、ホースレイアウト作業の効率化と高品質化を図ることができた。

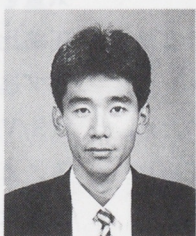
〔参考文献〕

- (1) 宮原ほか：細棒の大変形曲げ曲線(第1報)理論とプログラム，豊田合成技法，Vol.18，No.3
- (2) 小沢ほか：細棒の大変形曲げ曲線(第2報)ブレーキホース取り回しへの応用，豊田合成技法，Vol.18，No.3
- (3) 津田ほか：車両のブレーキホースのレイアウト設計時の形状解析手法の開発，自動車技術会学術講演会前刷集891，1989-5
- (4) 赤崎ほか：大変形動的応答シミュレーションによるフレキシブルホースの曲げ形状解析，自動車技術会学術講演会前刷集901，1991-5
- (5) J. Wittenburg: Dynamics of System of Rigid Bodies, Teubner, Stuttgart 1977
- (6) P. E. Nikravesh, et al. : Euler Parameters in Computational Kinematics and Dynamics Part 1, ASME Journal of Mechanism transmission and Automation in Design, 1984-DET-122
- (7) 鷺津ほか：有限要素法ハンドブック I 基礎編，培風館(1981)

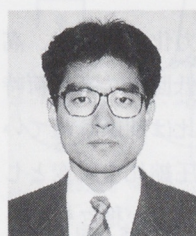
■ 著 者 ■



杉 山 滋



大 滝 尚



鈴 木 健 一