

## 技術論文

## 運動機構解析システムの開発

Development of Computer Simulation System for  
Multibody Mechanical Systems

杉山 滋\*  
Shigeru Sugiyama

内藤重男\*\*  
Sigeo Naitoh

戸口孝則\*\*\*  
Takanori Toguchi

## 要　旨

剛体系の大変位動力学・静力学・運動学解析を対象とした運動機構解析システムを開発した。

当システムは汎用性を有し、種々の機械システムに広く利用できる点に特徴がある。又、CADデータとの連結、専用機能のモジュール化が容易等、ユーザフレンドリ化を図っている。

本報では、当システムの概要、幾つかの適用事例を示す。

## Abstract

Computer simulation system relating to the field kinematics and dynamics of multibody mechanical system has been developed.

This simulation system is characterized by being applicable to broad classes of mechanisms and machines. In addition, we have subsequently been able to establish a user-friendly system tool, including linkage of CAD data and macro commands.

This paper presents an outline of the system, containing functions, theory and features. Finally, some application examples are shown.

## 1. はじめに

のっけから講義風、言葉の定義で恐縮である。「運動機構解析」とは、剛体系の大変位動力学・静力学解析の仮称である。車両の挙動、ロボットアームの運動制御など多くの力学現象を扱う事ができ、適用範囲は極めて広い。

この分野は、コンピュータや理論の発展に伴って、近年、急速に普及してきた。更に弾みをつけているのが、幾つかの市販汎用プログラムである。何より、理論式やプログラムを開発・作成しなく

とも、問題の解が得られる点が大変魅力的である。魅力的ではあるが、実際実用的な問題を扱うとなると不満が募る。結合・力要素の不足、迅速・容易でない拡張性、処理基準のブラックボックス化等々。社内普及を図る際にも課題がある。操作性的向上、CADデータの利用である。又、決して安くはないソフト料・保守料も気になる。痘痕もえくぼのうちは良いが、痘痕が出来物に見えてくると悲劇である。悲劇に成る前に解決策を考えてみた。一つの方策は、この分野の理論・プログラムを自社開発・保有する事である。

こんな背景・理由にもより、一般設計者が容易に利用できる様な汎用の運動機構解析システム（KINE2D, KINE3D）を開発した。特に、グラフィックス会話型での操作性向上、CADデータとの

\* 技術本部 第2研究部

\*\* 技術本部 第2研究部

\*\*\* モーターサイクル事業部 第4開発部

連結、専用機能のモジュール化が図れるなどを特徴としている。本報では、当システムの概要、幾つかの適用事例を示す。

## 2. 運動機構解析の機能

運動機構解析の役目は、対象物を剛体系に見立て、大変位の運動・挙動、釣り合い現象などを定量的に扱うことにある。扱うことの出来る領域は極めて広いが、本システムでは、具体的に、以下に大別した領域を対象としている。(図1)

### (1) 連結組立：

所定の結合形式で物体(剛体)間を連結した際の各部の位置を求める。

### (2) 機構挙動：

ある剛体に強制変位を与え、各部の挙動(位置、速度、加速度)を求める。必要により、各剛体に働く反力をも得ることができる。

### (3) 静的平衡：

一定の外力の下で、系の静的な釣り合い状態(位置、反力)を得る。ポテンシャルエネルギーの最小値を求めるに相当する。

### (4) 動的応答：

外力応答による系各部の挙動(位置、速度、加速度)および反力を求める。

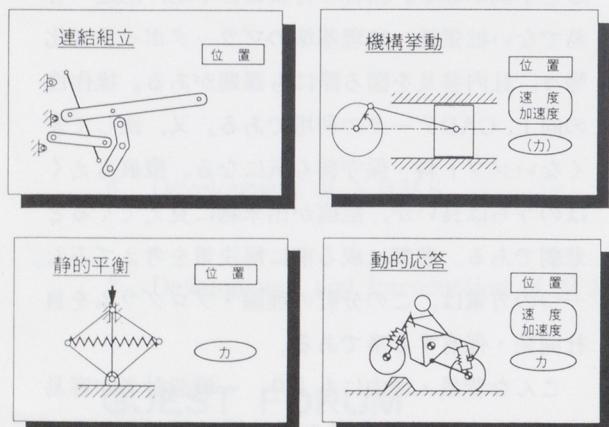


図1 運動機構解析の種類

対象物を剛体系としている点が、運動機構解析の特質である。対象構造物を弾・塑性体に置いているいわゆる構造解析とは、ここで一線を画する。その剛体系を構成している剛体は、各々、決められた方式で結合されている。結合方式には、回転、スライドなどの剛結合、及び、並進ばね、ダンパーなどの柔結合(力要素)が用意されている。代表的な結合要素を図2に示す。

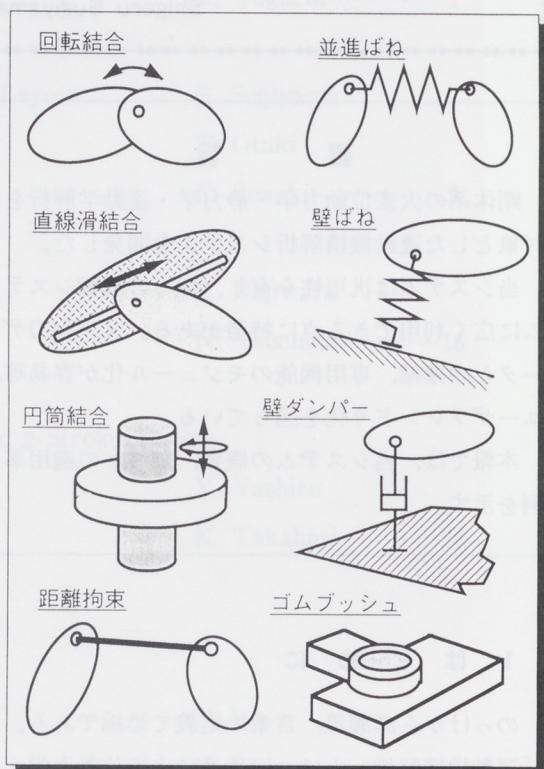


図2 結合要素の例

## 3. 理論の概要

核となる「動的応答」の理論について、主に、概説する。説明の簡便化の為、便宜的に2次元平面運動を取り上げる。3次元空間問題もその骨子は同様である。

図3に示すように、剛体*i*の一般化座標ベクトル及び一般化力ベクトルを、各々、

$$\mathbf{q}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_i & y_i & \phi_i \end{bmatrix}^T \quad (1)$$

$$\mathbf{Q}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \mathbf{Q}_i & y \mathbf{Q}_i & \phi \mathbf{Q}_x \end{bmatrix}^T \quad (2)$$

と、定義する。系全体に拡張して次の様に置く。

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1^T & \mathbf{q}_2^T & \dots & \mathbf{q}_N^T \end{bmatrix}^T \quad (3)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1^T & \mathbf{Q}_2^T & \dots & \mathbf{Q}_N^T \end{bmatrix}^T \quad (4)$$

ここで、Nは剛体最大数である。従って、 $3N$   
(=nとする)は自由度となる。

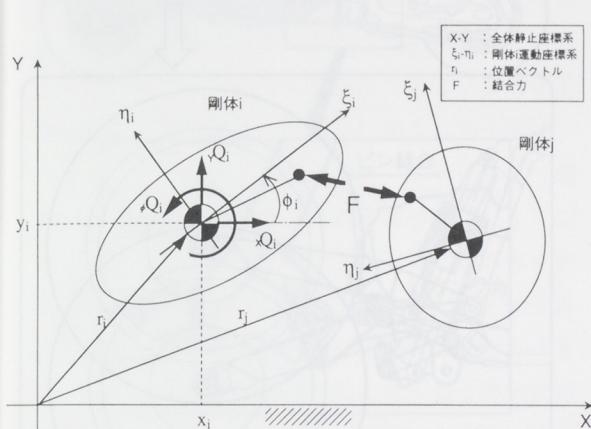


図3 剛体に働く力と座標

剛体間でm箇の束縛条件式があれば、ベクトル関数として以下のように表現できる。

$$\Phi(\mathbf{q}, t) = \begin{bmatrix} \Phi_1^T(\mathbf{q}, t) & \Phi_2^T(\mathbf{q}, t) \\ \vdots & \vdots \\ \Phi_m^T(\mathbf{q}, t) \end{bmatrix}^T = \mathbf{0} \quad (5)$$

以上を基に、系全体での束縛条件式付き運動方程式は次のようになる<sup>(1)(2)</sup>

$$\bar{\mathbf{M}}\ddot{\mathbf{q}} + \bar{\Psi}^T \lambda = \mathbf{Q} \quad (6)$$

ここで、

$\bar{\mathbf{M}}$  : 質量行列 ( $n \times n$ )

$\ddot{\mathbf{q}}$  : 加速度ベクトル ( $n$ )

$\bar{\Psi}$  : 束縛ヤコビ行列,  $\left[ \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{q}} \right]_{m \times n}$

$\lambda$  : ラグランジュ乗数 ( $m$ )

$\mathbf{Q}$  : 一般化力ベクトル ( $\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}$  の関数)

(5)式、(6)式は、 $n+m$ 箇の変数  $\mathbf{q}, \lambda$  に関する  $n+m$  箇の微分・代数方程式を構成している。

この解法は、次のように変換して得られる。まず、(5)式を時間微分する。

$$\dot{\Phi} = \bar{\Psi}\ddot{\mathbf{q}} + \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \mathbf{0} \quad (7)$$

更に時間微分して整理すると、

$$\ddot{\Psi}\ddot{\mathbf{q}} = -\frac{\partial(\bar{\Psi}\ddot{\mathbf{q}})}{\partial \mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}} - 2\frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial t} \dot{\mathbf{q}} - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \equiv \mathbf{R} \quad (8)$$

(6), (8)式をまとめると、次のような  $n+m$  元の連立微分方程式を得る。

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{M}} & \bar{\Psi}^T \\ \bar{\Psi} & \mathbf{O} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q} \\ \mathbf{R} \end{bmatrix} \quad (9)$$

(9)式は、以下の初期値を与えるば、直接時間積分法 (Adams-Moulton法など) で  $\ddot{\mathbf{q}}, \lambda$  について求めることができる。

$$\mathbf{q}(0) = \mathbf{q}' \quad (10)$$

$$\dot{\mathbf{q}}(0) = \dot{\mathbf{q}}' \quad (11)$$

但し、上式は、各々、(5), (7)式を満たす必要がある。

尚、(9)式中の  $\mathbf{R}$  を  $R^{R+2\alpha\dot{\Phi}+\beta^2\Phi}$  と置くことで解の安定化を図っている。この手法の基本的な考えは、束縛加速度方程式(8)式を次式の様に置き、

$$\ddot{\Phi} + 2\alpha\dot{\Phi} + \beta^2\Phi = \bar{\Psi}\ddot{\mathbf{q}} - \mathbf{R} \equiv \mathbf{0} \quad (12)$$

$\Phi \equiv \Phi \equiv \mathbf{0}$  の誤差影響を含めることで抑制 (減衰) を生じさせることにある<sup>(3)</sup> 但し、 $\alpha, \beta$  は適正值である。

「静的平衡」は次の二式が基礎方程式となる。

$$\hat{\mathbf{Q}} - \bar{\Psi}^T \lambda = \mathbf{0} \quad (13)$$

$$\Phi(\mathbf{q}) = \mathbf{0} \quad (14)$$

(13)式は、(6)式に  $\dot{\mathbf{q}} \equiv \ddot{\mathbf{q}} \equiv \mathbf{0}$  を代入することで得られる。但し、 $\hat{\mathbf{Q}}$  は速度項を零と置いた一般化力ベクトルである。

又、「連結組立」及び「機構挙動」は、共に、束縛条件式(5)式を基本に、得ることができる。

#### 4. システムの特徴

設計部門の利用者にとって、解析システムは道具である。趣味の道具は眺めているだけで使わないものもあるが、仕事の道具は必要性に基づいて厳しく使われる。その使用に耐える頑強さと優し

さが必要となる。解析システムについて言えば、洗練された入力構成、適切なエラーメッセージ、高速演算、図の有効利用、等々である。

当システムでは、特に、次の事項を留意した。

- 主に設計者を対象とした為、自社開発CADシステムとの整合・同一性を図っている。つまり、同じハードウェア、コマンド形態を取っている。CAD形状データも取り込むことができる。

(図4)

- 構造、結合などの入力データ作成にはメニュー形式が使われる。図化機能と相俟って操作性を上げている。

- メニュー命令はマクロコマンドで構成されている。マクロコマンドはコマンド群として内部に登録できる。このモジュール化により、ルーチン化された問題を解析する場合には、入力データ作成の手間が省ける。更に専用システムとして構築もできる。尚、2重物理振り子モデルを例にして、マクロコマンドを図5に示す。

## 5. 適用事例

当解析システムを使用した事例を以下に示す。

### 5.1 スクーター防振リンクの傾き角

スクーターのエンジンマウントは、防振(振動絶縁)を図る為、リンク式を用いている。(図6) この防振リンクは、車体側にゴムブッシュ(捩じりバネ)が装着されており、リンクの長さとゴムの硬さにより、マウント部の剛性が決まる構造に成っている。ライダーが乗車すると、その重量によりリンク角及びゴムの捩じれ角が決まる。このリンク角は防振性能上、又、捩じれ角は耐久性能上、重要な設計要因である。もし基本設計時に、これらの要因を精確に予測・検討できれば、関連する設計諸元を速やかに決定でき、効率向上が図れる事になる。従来、精確な予測計算は困難であったが、本システムの適用で可能と成了った。

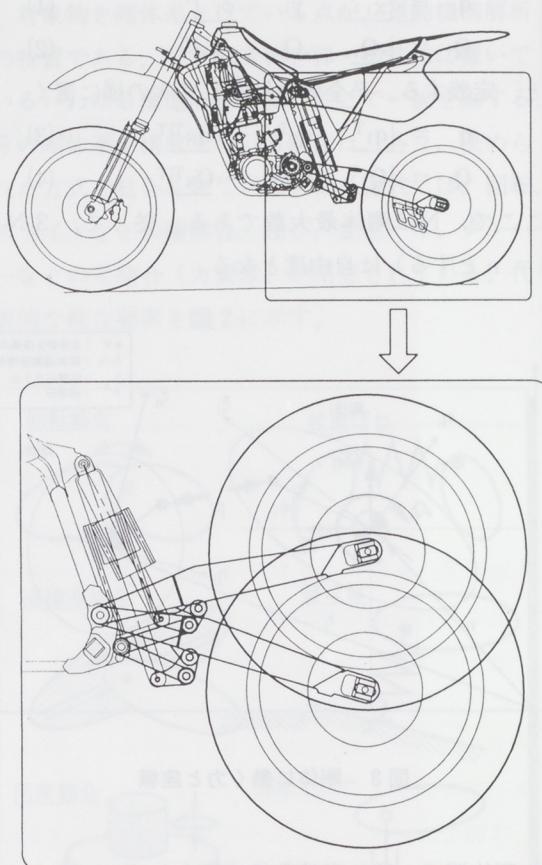


図4 CAD形状データとの組み合わせ

```

TITLE, DOUBLE PENDULUM
PRIN_ID
PRIN_MD
PRIN_SX
PRIN_VA
PRIN_FR
PRIN_FI
*
TASK, D , 1 , 0 , 0.0 , 1.0 , 0.05
BODY, 1 , 0.7071, -0.7071, 45.0
BODY, 2 , 1.4142, -2.4142, 0.0
BODY, 99 , 0.0000, 0.0000, 0.0
POIN, 11 , 1 , 0.0 , 1.0000 , 0
POIN, 12 , 1 , 0.0 , -1.0000 , 0
POIN, 22 , 2 , 0.0 , 1.0000 , 0
POIN, 23 , 2 , 1.4142, -3.4142 , 2
POIN, 91 , 99 , 0 , 0.4142 , 0.0 , 0
*
PROP , 1 , 3.0 , 2.6667
PROP , 2 , 2.0 , 5.3334
PROP , 99 , 1.0 , 1.0000
*
GFOR , 10 , 0.0 , -29.4 , 0.0
GFOR , 20 , 0.0 , -19.6 , 0.0
*
REST , P , 91 , 0.0 , 0.0
REST , R , 91 , 0.0
*
RCON, P , 91, 11
RCON, P , 12, 22
FCON , DR , 91 , 11 , 1
FCON , DR , 12 , 22 , 1
*
CFOR , 1 , 0.0 , 0.0, +
1.0 , 0.5, /
*
ENDD

```

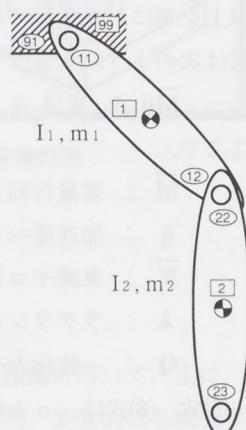


図5 マクロコマンドの例

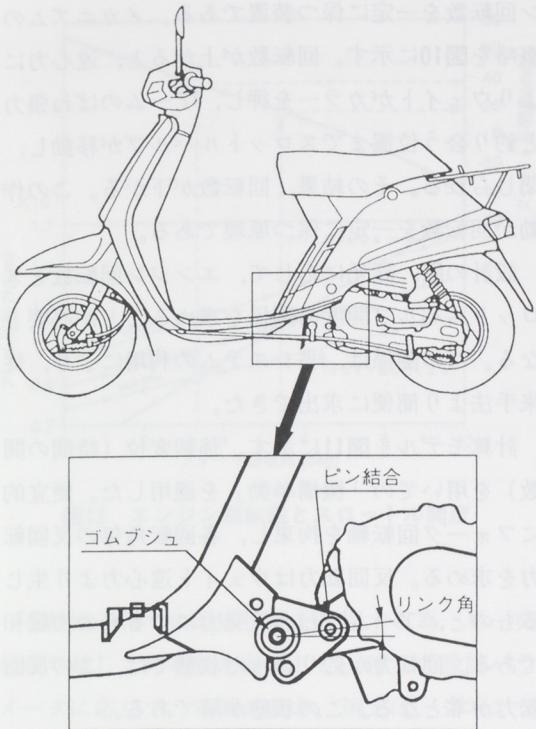


図6 スクータの防振リンク

計算機能は「静的平衡」を用いている。図7が計算モデルの概要である。解法はNewton-Raphson法を基本に置き、初期値である各位置座標は「連結組立」を用いて解いている。代表的な50ccの車両の例では実測値2.5度に対し計算は2.8度であった。

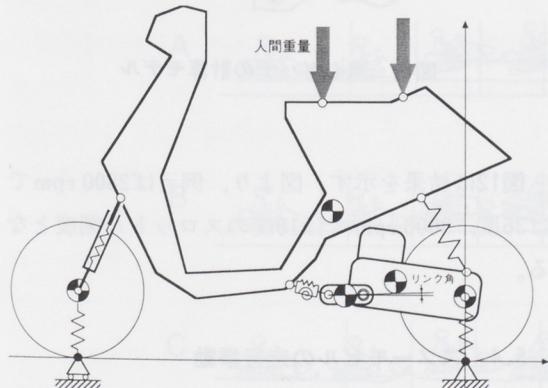


図7 防振リンク傾き角の計算モデル

本問題は、この一人乗車の他に二人乗車、スタンド掛け、加速状態での求出も含め、専用システムとして登録・運用されている。

## 5.2 2サイクルエンジンのピストン挙動

エンジンのピストン挙動を把握することは、騒音、摩擦損失、強度などの検討に重要である。ここでは2サイクルエンジンで、平均エンジン回転数が一定の場合の例を上げる。

図8は計算モデルである。ピストン-シリンダ間は壁ばね、壁ダンパーを設定している。外力は1周期（回転）分の燃焼圧より換算。クランク軸に平均トルク相当の負荷が働くとした。計算機能は「動的応答」を利用。

図9にポア59mmのオートバイエンジンでの計算と実測結果を示す。挙動は、概ね実測と一致した。

## 5.3 遠心ガバナの推力特性

次に、汎用エンジンの調速装置に使われている遠心ガバナの推力特性計算の例を示す。

遠心ガバナは、負荷の変動に係わらず、エンジ

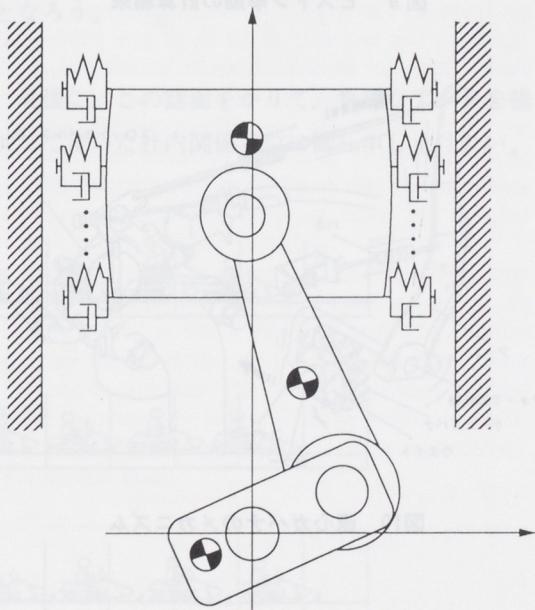


図8 ピストン挙動の計算モデル

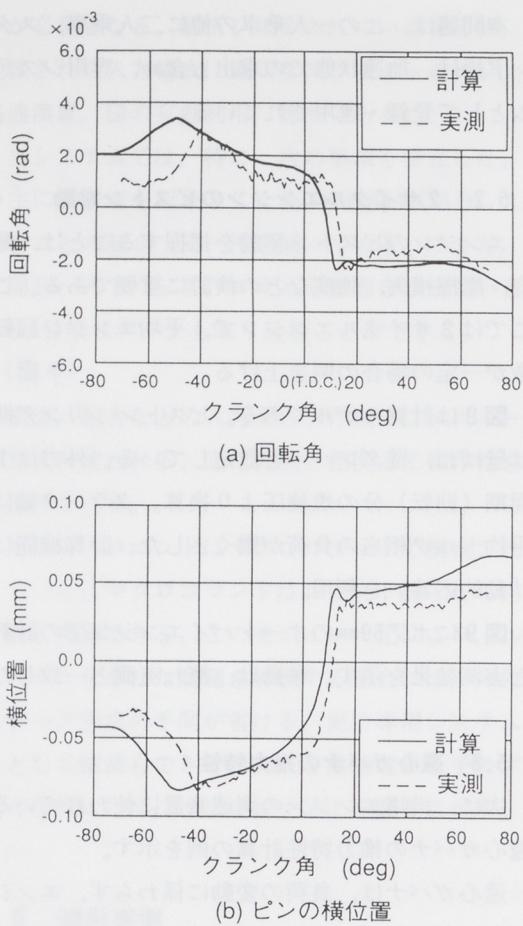


図9 ピストン挙動の計算結果

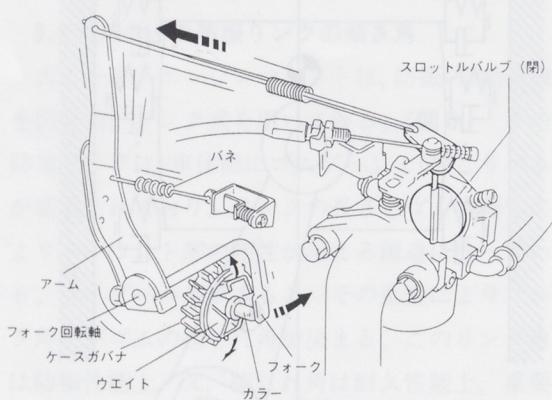


図10 遠心ガバナのメカニズム

ン回転数を一定に保つ装置である。メカニズムの概略を図10に示す。回転数が上がると、遠心力によりウェイトがカラーを押し、アームのばね張力と釣り合う位置までスロットルバルブが移動し、閉じられる。その結果、回転数が下がる。この作動が回転数を一定に保つ原理である。

設計の際、諸元に応じて、エンジン回転数とスロットルバルブ開度の関係を求めることが必要となる。この関係は、当システムの利用により、従来手法より簡便に求出できた。

計算モデルを図11に示す。強制変位（時間の関数）を用いての「機構挙動」を適用した。便宜的にフォーク回転軸を拘束し、各回転角毎の反回転力を求める。反回転力はウェイト遠心力より生じるものと、アームばねの反発力によるものの総和である。回転力が釣り合った状態では、この反回転力が零となる。この状態が解である。

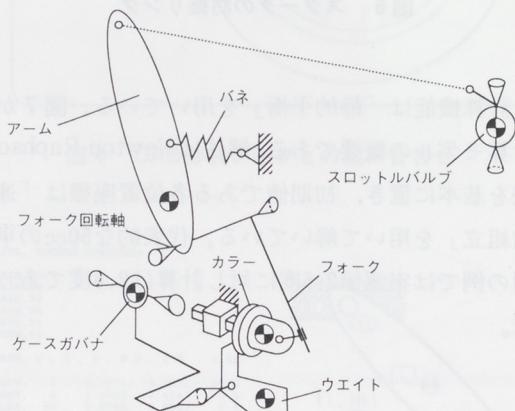


図11 遠心ガバナの計算モデル

図12に結果を示す。図より、例えば2800 rpmでは36度、3000 rpmでは16度のスロットル開度となる。

#### 5.4 スノーモビルの走行挙動

車両の挙動に関する事例としてスノーモビルを取り上げる。

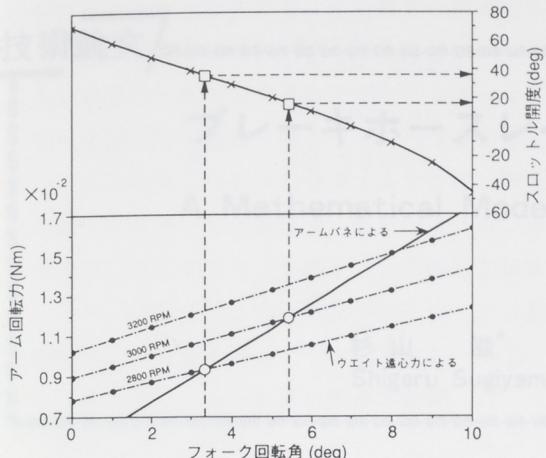


図12 エンジン回転数とスロットル開度

不整地走行での走破性能を把握する為、单一突起乗り越しでの挙動を計算した。種々の設計パラメータに応じて、車両の動き、例えば、ジャンプ高さ、車体のピッキング角、速度、加速度などを比較・検討した。

図13、図14は570ccのスポーツ車での計算結果である。突起高さ200mm、一定速度48km/hにて、(A) 標準仕様、(B) フロントサスペンション位置前方移動、(C) フロントサスペンションの最大ストローク長アップ、について比較した。挙動の差より重要な要因を特定することができた。

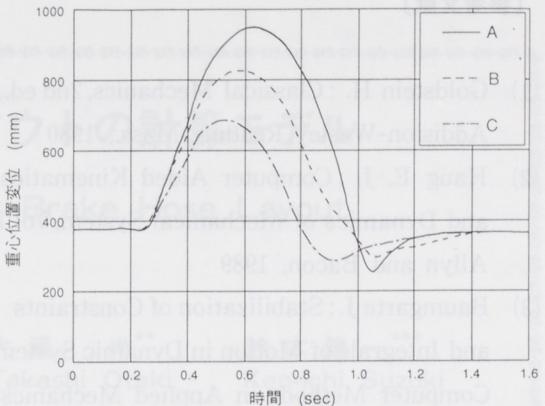


図14 計算結果比較

## 6. おわりに

以上、自社開発した汎用の運動機構解析システム（KINE2D, KINE3D）について、その概要、適用事例を紹介した。当社の多岐に亘る商品での開発に、幅広く適用・支援できるシステムが出来たと考える。更に、専用機能の追加、アニメーションなど、充実化を図っていきたい。又、継続的な改良・保守、普及の為の教育などが今後の課題となろう。

最後に、この誌面をかりて、貴重なデータを提供して頂いた社内関係各位に御礼申し上げたい。

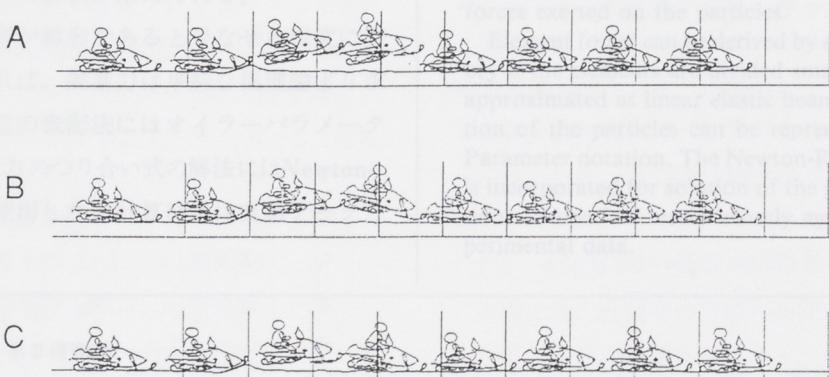


図13 単一突起乗り越し挙動

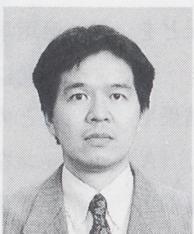
## 〔参考文献〕

- (1) Goldstein H. : Classical Mechanics, 2nd ed., Addison-Wesley, Reading, Mass., 1980
- (2) Haug E. J. : Computer Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical System, Vol.1, Allyn and Bacon, 1989
- (3) Baumgarte J.: Stabilization of Constraints and Integrals of Motion in Dynamic System, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, North-Holland, Amsterdam, 1972

## ■著者■



杉山 滋



内藤 重男



戸口 孝則